

ISSI2014 2014年2月17日(火)

# 品質管理・品質工学における統計教育

島根大学医学部附属病院医療情報部  
統計数理研究所・サービス科学研究センター  
河村敏彦

kawamura@med.shimane-u.ac.jp

## 本日の講演内容

- 品質改善におけるばらつき低減のための対策
  - 原因そのものを除去(統計的品質管理), 原因の影響を減衰(品質工学)
- 変動要因解析のための重回帰分析(塗装不良の品質改善の例)
  - 問題解決のためのQCストーリー, 層別因子の利用
  - ダミー変数を使った交互作用項を含む回帰モデル(統計モデル)
  - 交互作用を利用したばらつきの低減(最適化)

## 品質改善におけるばらつき低減のための対策

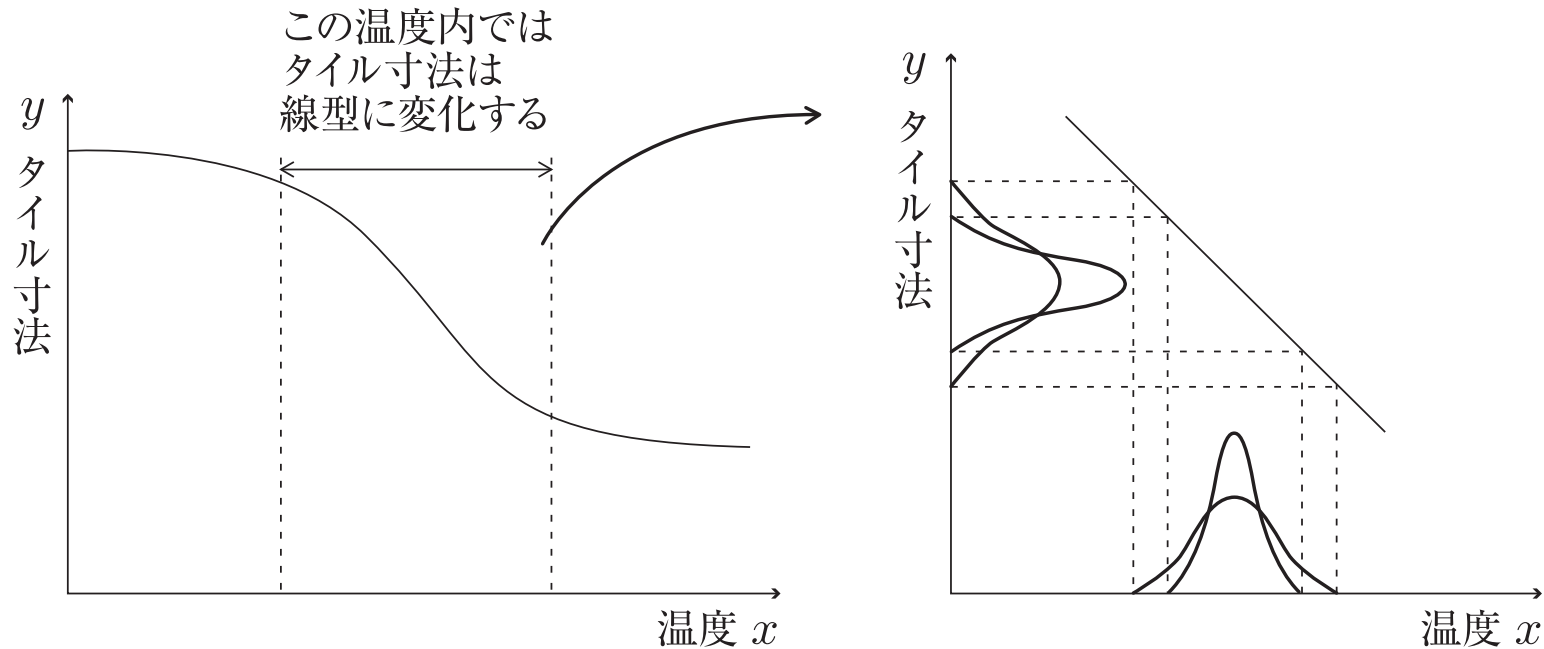
### ばらつき低減のための対策①：原因そのものを除去

ばらつきの原因を見つけ、その原因をコントロールすることで特性のばらつきを低減することである。伝統的な統計的品質管理 (SQC: Statistical Quality Control) においては、主にこの方法が用いられてきた。

### ばらつき低減のための対策②：原因の影響を減衰

ばらつきの原因となる因子をコントロールするのではなく、**有効な制御因子と誤差因子の交互作用**を見つけることにより、誤差因子の影響を**減衰**させようとするもの(品質工学, ロバストパラメータ設計)

## 統計的品質管理によるばらつきの低減



- SQCでは、主要な原因をコントロールし（可能ならば $\sigma_x^2 \doteq 0$ ）、品質特性のばらつき低減のための対策を行う（問題解決のためのQCストーリー）。
- 傾きがやや急なので「量産段階」で不良が出る恐れあり！

## 単回帰モデルによるばらつきの低減

品質特性としてタイル寸法を  $y$  とし，これに影響する要因をトンネル窯内部の温度  $x$  とする． $y$  と  $x$  の間には相関関係が認められており，両者の関係を単回帰モデル

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma_e^2)$$

で記述する．ここで  $x$  は「変量」であり， $x$  と  $\varepsilon$  は独立であると仮定する．また上式の両辺の関係は， $x$  と  $\varepsilon$  が原因で  $y$  が結果という因果関係があるとする． $y$  と  $x$  の分散 (variance) をそれぞれ  $\sigma_y^2$ ,  $\sigma_x^2$  と記す．このとき，分散の加法性により  $y$  の分散は，次のように計算できる．

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \text{var}[y] = \text{var}[\alpha + \beta x + \varepsilon] \\ &= \beta^2 \text{var}[x] + \text{var}[\varepsilon] \\ &= \beta^2 \sigma_x^2 + \sigma_e^2 \end{aligned}$$

## 【補足】単回帰モデルにおける可避原因と偶然原因

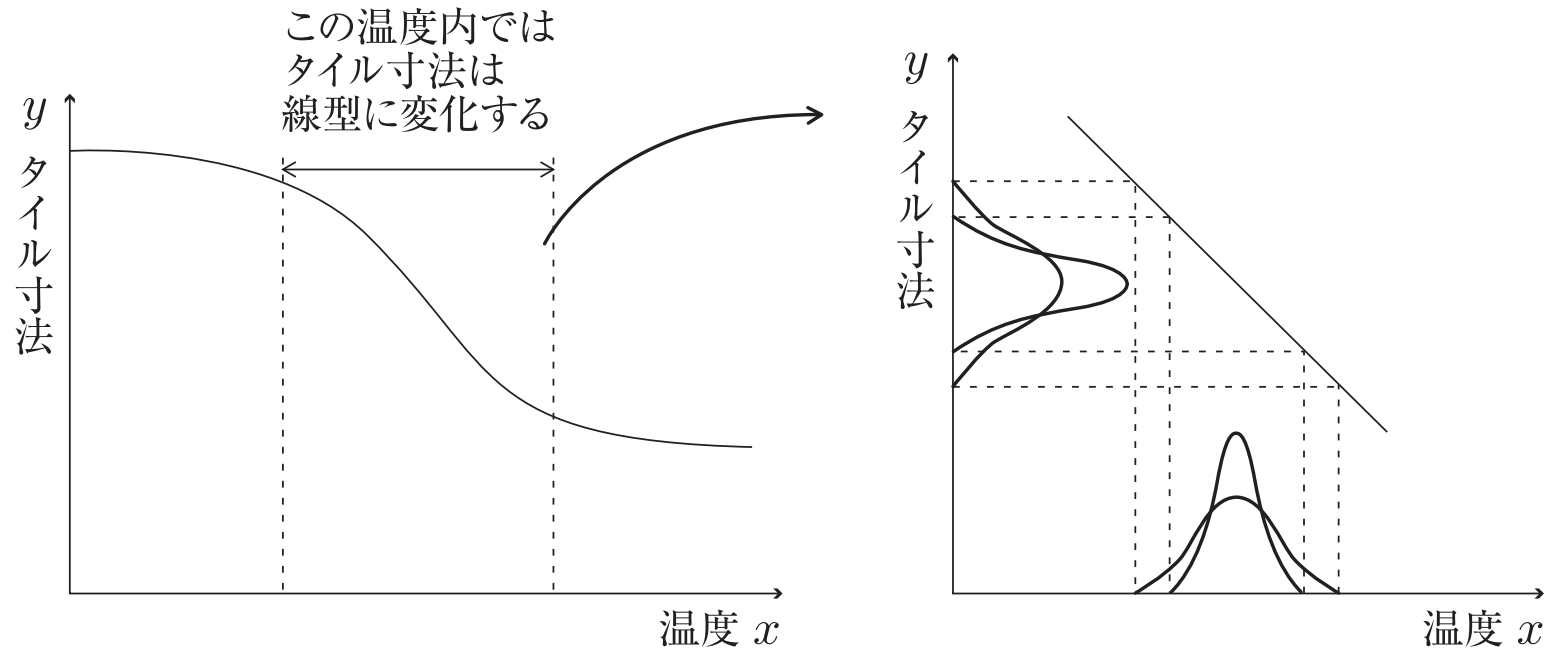
1920年代にShewhartは、偶然に見える変動要因からコントローラできる**可避原因** (assignable cause) を発見し、その原因を低減させ**偶然原因** (chance cause) のみにすることによって、品質の向上をはかる手段として統計的品質管理 (SQC) を提案した。

### 単回帰モデル

$$\begin{aligned} y &= (\alpha + \beta x) + \varepsilon \\ &= (\text{可避原因で説明される部分}) + (\text{偶然原因で説明される部分}) \end{aligned}$$

- SQCでは、データを見逃せない(可避)原因と偶然原因に分ける。上式で与えられる正規線型モデルは、可避原因の構造として要因(説明変数) $x$ に対して平均構造 $\alpha + \beta x$ を採用している。このとき、要因 $x$ をコントロールして特性 $y$ のばらつきを低減する。ここで、 $\varepsilon$ は説明変数(要因) $x$ で説明できない目的変数 $y$ との誤差である。

## 統計的品質管理によるばらつきの低減



- SQC では、主要な原因をコントロールし(可能ならば  $\sigma_x^2 \doteq 0$ )、品質特性のばらつき低減のための対策を行ってきた。
- 傾きがやや急なので「量産段階」で不良が出る恐れあり！

# 品質工学によるばらつきの低減

## パラメータ設計の基本

「トンネル窯内の温度変化の影響が小さくなる条件を見つけること」  
= 「制御因子と誤差因子の有効な交互作用を見つけること」

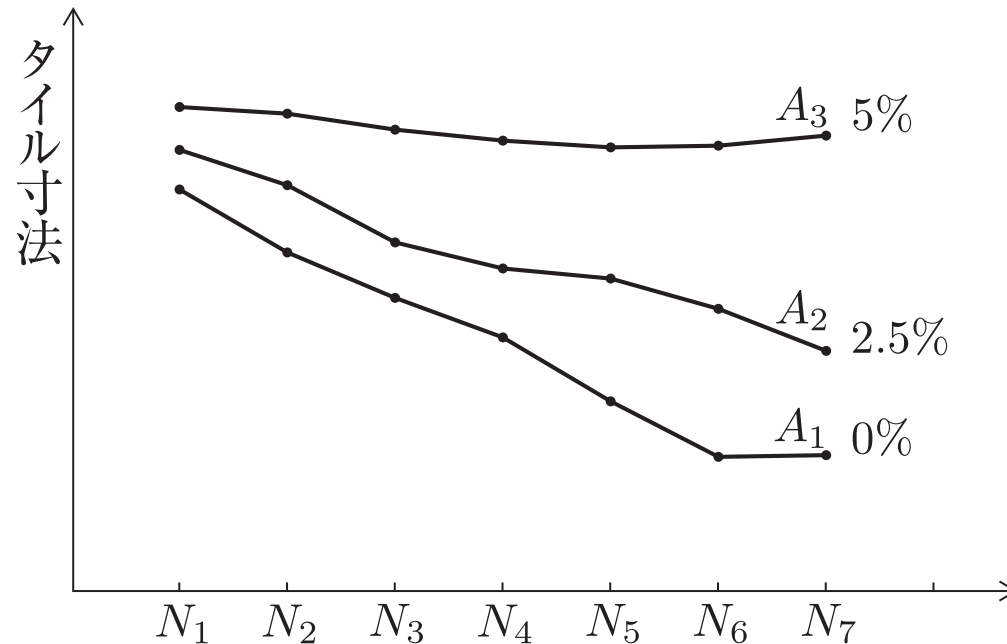
- 結果として(実験したからわかったこと), 制御因子(設計パラメータ)である添加物とトンネル窯内の位置との間に, **有効な(善玉)交互作用**を見つけることができた.

## 有効な交互作用

制御因子  $A$  は  $N$  の効果を変えていることがわかる. 調合条件である添加物  $A$  の水準を変えることによって,  $A_1 : 0\%$  の効果が大きく,  $A_3 : 5\%$  になると誤差因子  $N$  の大きさにほとんど影響しないことがわかる. 本事例では, **添加物を5%加えることで, 位置による影響がなくなっていることがわかる.**

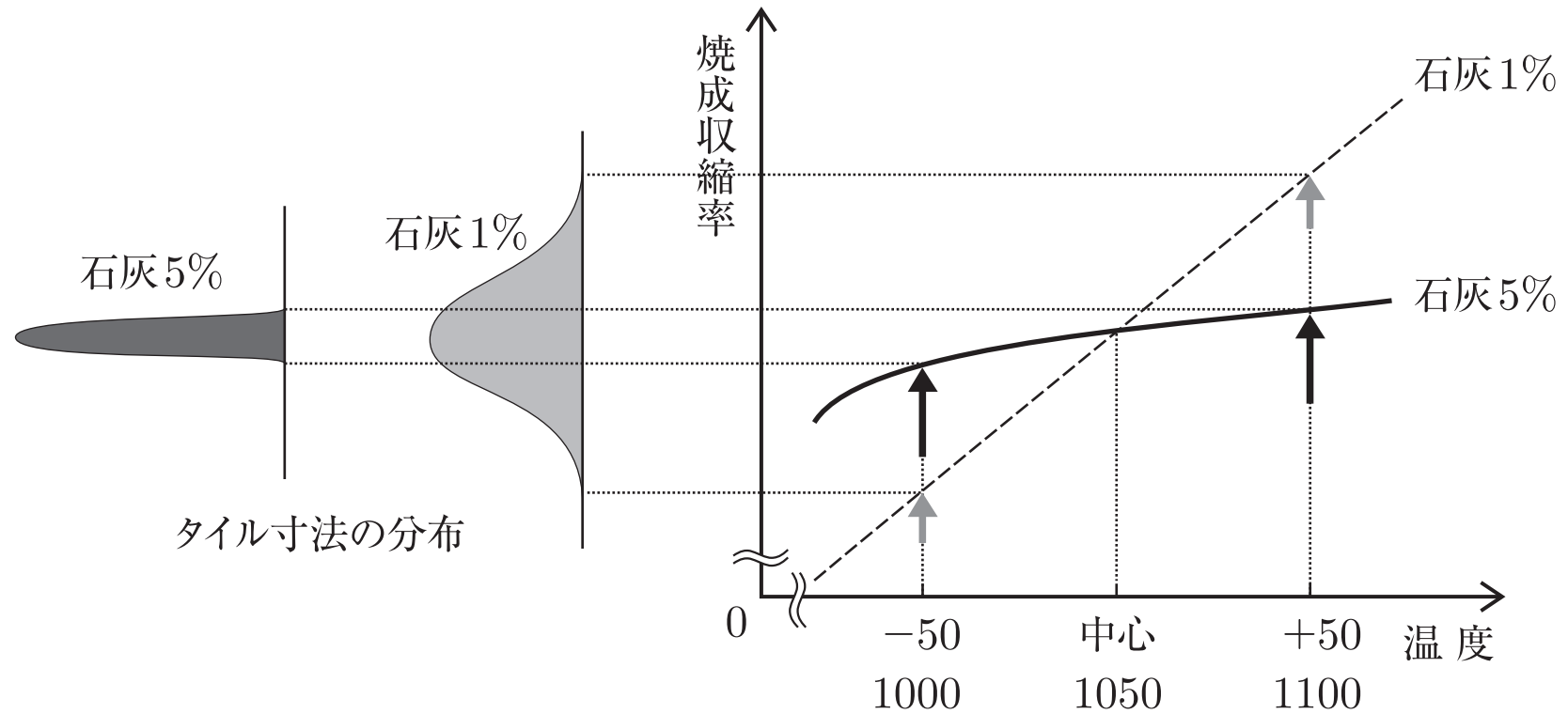


## 有効な交互作用



この段階では  $A_3 : 5\%$  にすることによって、なぜ誤差因子の効果が無くなるのか、そのメカニズムは解明されていない。ここでは、統計的手法により有効な交互作用を見つけたに過ぎない。すなわち、分散分析を用いて、例えば、有意水準  $1\%$  で有意性(効果)を実験的研究で確認したことになる。

## 焼成温度と寸法の関係



河村敏彦・高橋武則 (2013) 『統計モデルによるロバストパラメータ設計』, 日科技連出版社, p.6

## 制御因子と誤差因子の交互作用を利用したばらつきの低減化

制御因子を  $x$  , 誤差因子を  $N$  とし , これらの因子と望目特性  $y$  の関係が次式で与えられているとする .

$$y = f(x, N)$$

制御因子を 2 因子 2 水準とし , 誤差因子を 1 因子 2 水準としたときのモデル

$$y = \alpha x_A + (\beta + \gamma x_B)N$$

- 制御因子  $x_B$  と誤差因子  $N$  の交互作用  $x_B \times N$  をもつモデル
- $N$  の係数  $|\beta + \gamma x_B|$  を小さくできれば ,  $y$  は  $N$  の影響を受けない .
  - $x_A$  は乖離パートに影響しないので調整因子

制御因子と誤差因子の交互作用の利用は , 制御因子の水準選択のみで誤差因子の変動を抑えて特性のばらつきの低減を行うので , 経済的にも効果的な方法である .

## 変動要因解析のための重回帰分析

### 問題解決学としての品質管理

「問題」とは：現状とあるべき姿のギャップ

- 統計的品質管理は単なる統計学の品質管理への応用ではなく，  
問題発見・解決の科学
- 問題解決ストーリー：事実に基づいて仮説(モデル)を立て，データとモデルとの乖離から問題を発見し解決する“問題解決学”そのものである。

### 結果系と要因系

統計解析の基本的アプローチ：「分けて比較する」

- 「結果系」について場合分け 「要因系」について場合分け(順番が大事!)

(例) 冷蔵庫の塗装不良の品質改善

結果系：流れ不良，ウス不良，ムラ，キズ

要因系：吐出量，シンナー，色，機種

## 現状把握

「結果系」について場合分けをし、何らかの特徴を把握する。

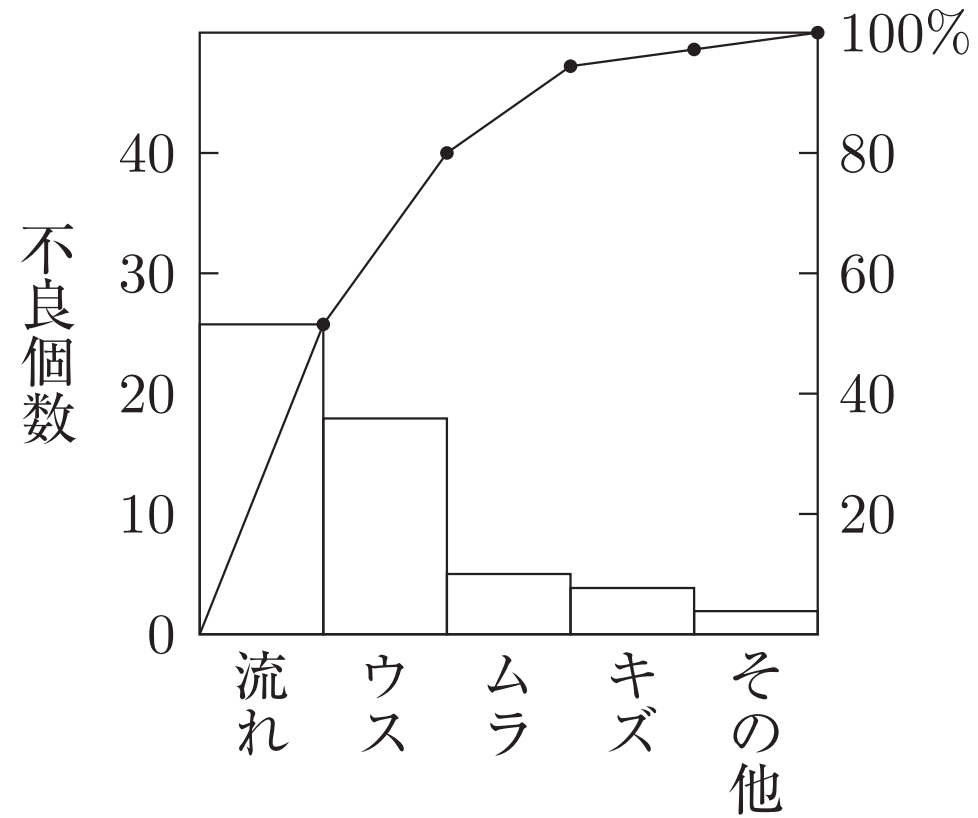
- 結果系である不適合の項目をチェックシートを用いて整理。
- QC7つ道具の一つであるパレート図を用いて現象別に分類し、不良個数の多い順にヒストグラムを作成する。

## 塗装不良のパレート図

【考察】流れ不良とウス不良を合わせて80%を占めている。

- 流れ不良：膜厚が大きい。ウス不良：膜厚が小さい。
  - － 膜厚(物理的代用特性)のばらつきによって塗装不良が発生。
  - － 重点指向の考え方に基づき、結果系である膜厚のばらつきを低減することが問題解決ストーリーの始まり。

## 塗装不良のパレート図



宮川雅巳 (2008) 『SQCの基本』, 日本規格協会, p.58 から引用

## 【実データ解析】塗装不良の品質改善

### 課題

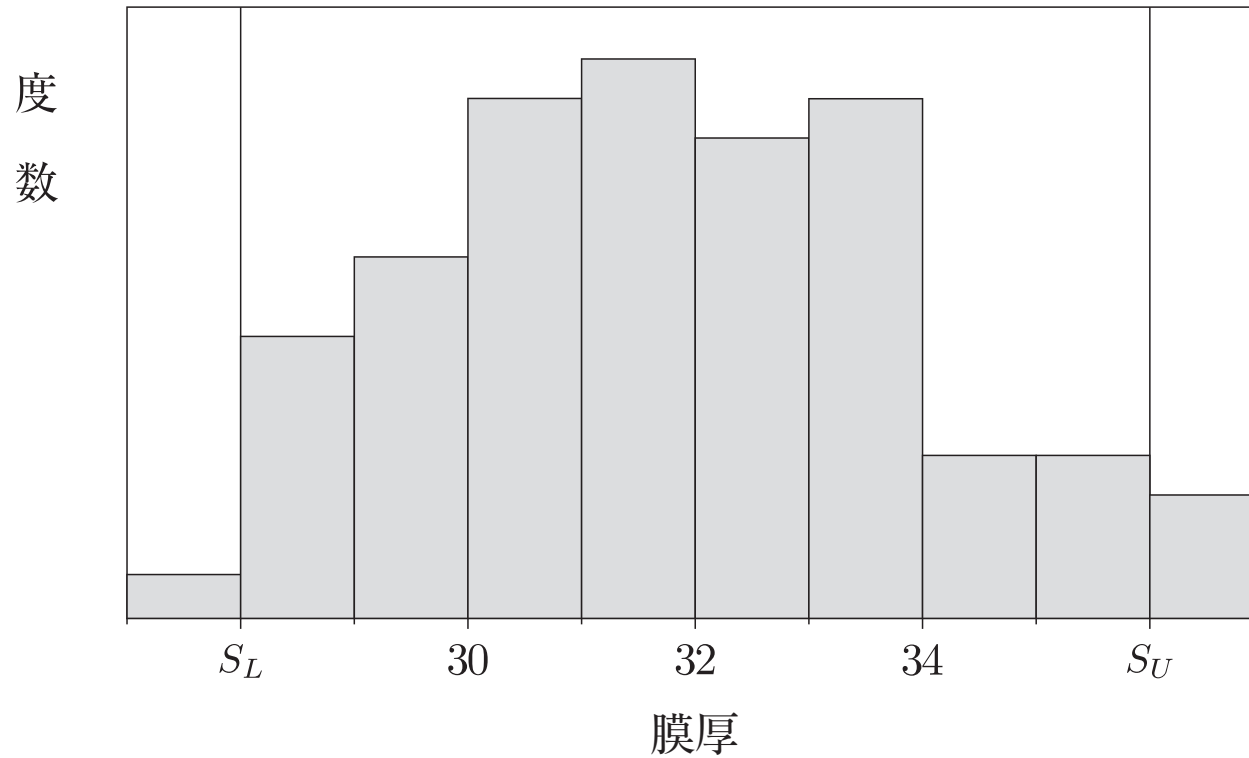
品質特性である中心膜厚の規格値は $32 \pm 4$  [g]である。なお、この規格値の中心値32は流れ不良のしきい値36とウス不良のしきい値28の真ん中の値である。現状工程から表に示すように80個の膜厚のデータを得た。これらのデータを統計解析し、対策案を検討せよ。

中心膜厚のデータ  $y_1, y_2, \dots, y_n$  から平均，分散，標準偏差，変動係数，レンジ，歪度，尖度を計算する。

### 要約統計量

平均	分散	標準偏差	レンジ	変動係数	歪度	尖度
31.699	4.374	2.091	9.1	6.598	0.241	-0.479

## 膜厚のヒストグラム



【考察】ヒストグラムを見ると，膜厚は32あたりを中心にほぼ左右対称に分布していることがわかる．



## 統計的検定による「差」の検討

**平均値の差の検定**：ねらい値と平均値に差があるかどうかを統計的判定．

帰無仮説  $H_0 : \mu = \mu_0$  (ねらい値： $\mu_0 = 32$ ) のもとで，検定統計量  $t_0$  の値は

$$t_0 = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sqrt{V/n}} = \frac{31.699 - 32}{\sqrt{4.374/80}} = -1.288$$

となる．帰無仮説  $H_0$  のもとで  $t_0$  は自由度  $\phi (= n - 1)$  の  $t$  分布に従うことが知られている．このとき  $p$  値は 0.2014 なので 1% で有意ではない．

**【考察】** 統計的にもほぼねらい値 (中心値) に一致しているといえる．

## 工程能力指数を用いたばらつきの評価

品質管理において，工程の品質水準に対する指標として**工程能力指数**  $C_p$  が広く用いられている．上側規格を  $S_U$ ，下側規格を  $S_L$  としたとき，規格幅とばらつき（標準偏差  $s$ ）を対比した量である  $\hat{C}_p$  は次のように定義される．

$$\hat{C}_p = \frac{(S_U - S_L)}{6s}$$

## 工程能力指数による判定

工程能力は一般に工程能力指数  $C_p$  を用いて次のように判定する．

- $C_p \geq 1.33$  なら工程能力は十分ある．
- $1.00 \leq C_p < 1.33$  なら工程能力はそこそこある．
- $C_p < 1.00$  なら工程能力は不足している．

**【考察】**膜厚のデータのもとで  $\hat{C}_p = (36 - 28)/(6 \times 2.09) = 0.638$  を得る．平均はねらい値にほぼ一致しているもののばらつきが大きく工程能力が不足している状況であることを確認できる．

## 層別因子による分布の比較

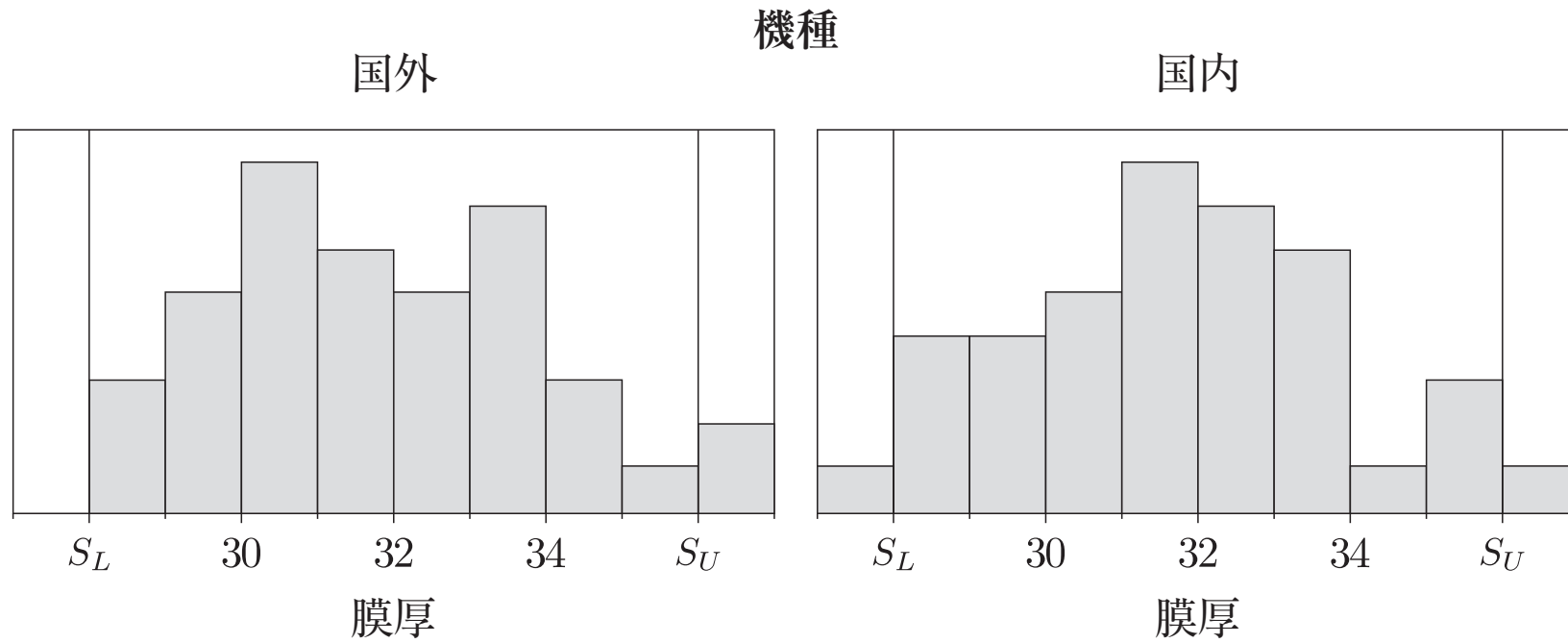
冷蔵庫には国内向けと海外向けの2種類，色およびシンナーの種類が2種類ある．そこで，これらを層別因子として利用し，詳細に統計解析を行う．

- 機種，色，シンナーで，これらすべての組み合わせ $2 \times 2 \times 2 = 8$ 通りの条件に層別し，形式的に繰り返しのある3元配置データとみなす．
- 8通りの条件で，結果系の品質特性である中心膜厚の分布を比較
  - － 機種，色およびシンナーの種類で比較した層別ヒストグラム
  - － 層別因子が複数あるときには層別因子がなす水準組合せで層別したほうがよい．

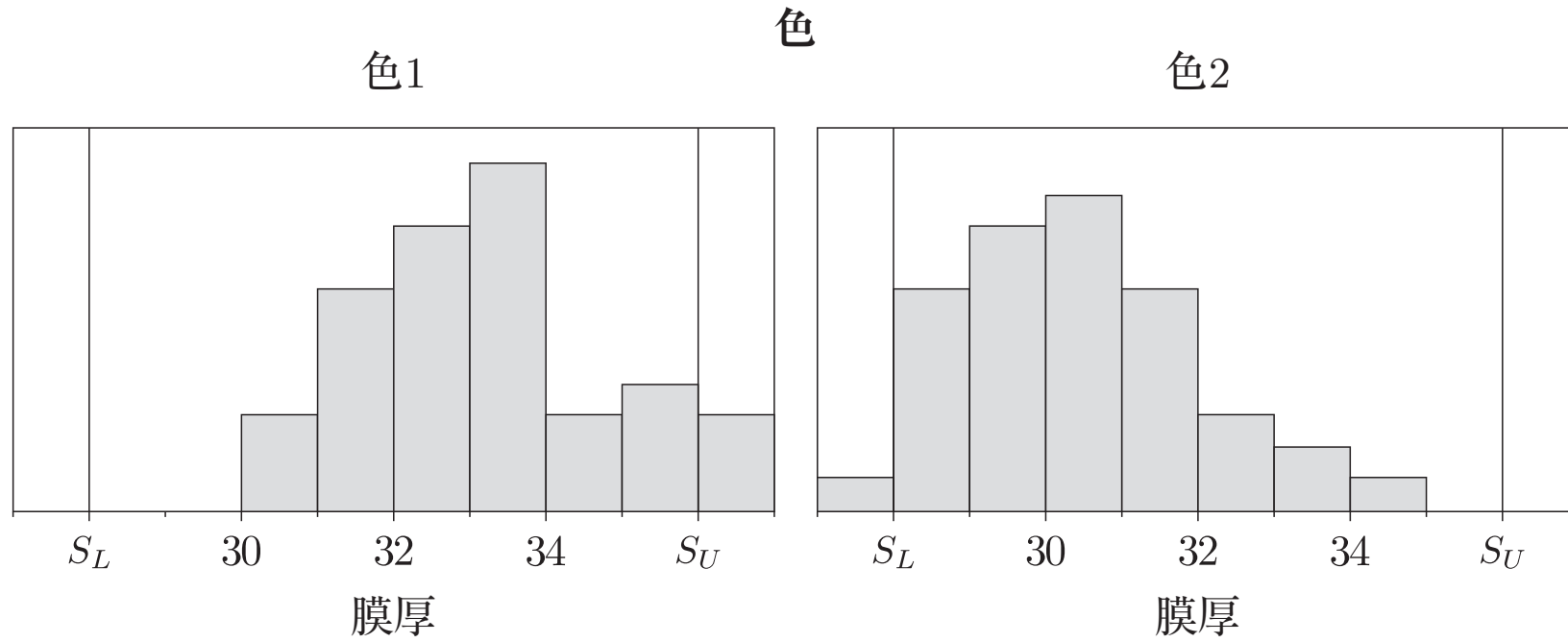
## 層別因子を考慮した膜厚のデータ (3元配置データ)

		国内	国外
シンナー 1	色1	33.5, 32.7, 31.6, 32.6, 30.3 33.0, 31.4, 32.4, 31.2, 31.5	31.1, 30.7, 33.4, 32.1, 32.0 32.2, 33.2, 31.3, 33.7, 30.2
	色2	29.2, 27.6, 28.8, 29.7, 28.8 28.0, 31.0, 29.8, 30.3, 30.1	30.7, 28.5, 29.3, 31.2, 30.4 29.9, 29.2, 28.4, 28.0, 29.4
シンナー 2	色1	32.3, 35.0, 32.8, 31.7, 35.6 33.1, 35.4, 33.9, 33.7, 36.1	33.3, 34.0, 35.0, 36.7, 34.2 36.1, 32.6, 34.3, 33.0, 33.5
	色2	31.2, 32.4, 31.0, 34.3, 33.7 29.1, 30.2, 30.1, 32.1, 28.9	29.7, 31.6, 31.7, 33.4, 32.2 30.8, 30.1, 30.3, 30.9, 31.5

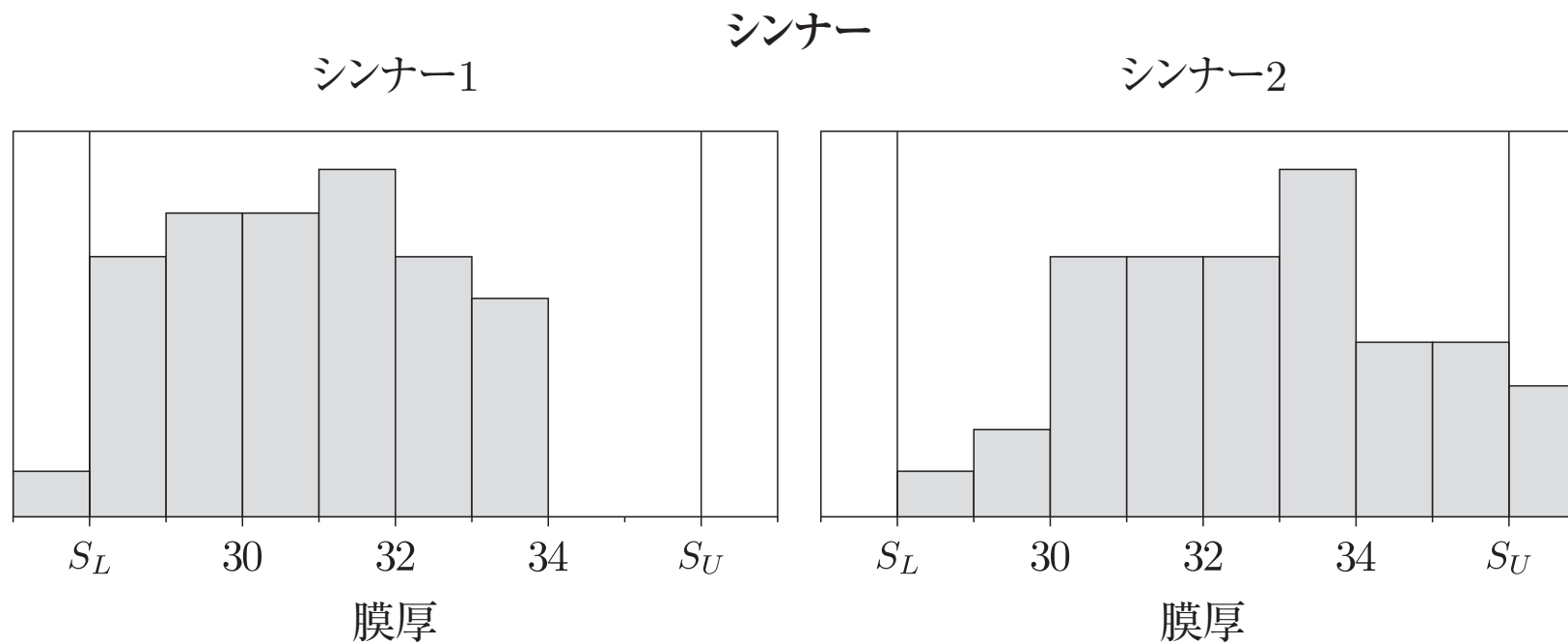
# 機種で層別したヒストグラム



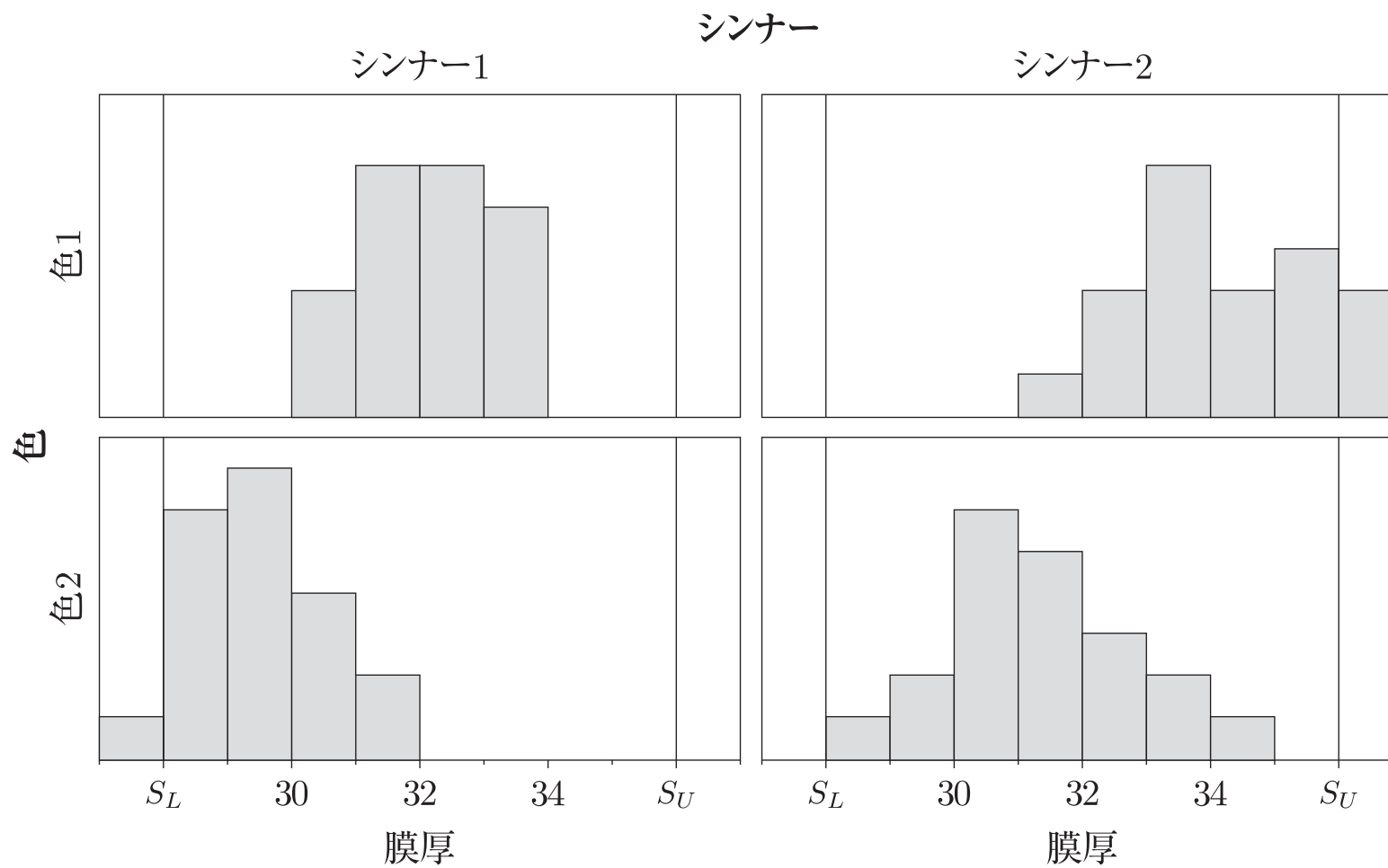
# 色で層別したヒストグラム



# シンナーで層別したヒストグラム



# シンナーと色の組合せで層別したヒストグラム





## 膜厚に対する分散分析表

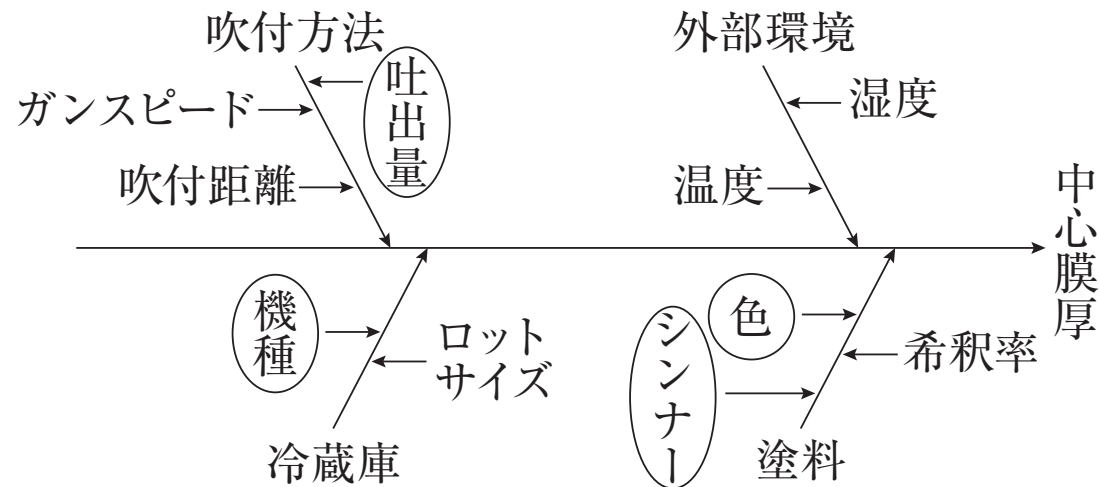
要因	平方和	自由度	平均平方	$F$ 値	$p$ 値
$A$	78.210	1	78.210	47.678	0.000
$B$	148.240	1	148.240	90.370	0.000
$C$	0.171	1	0.171	0.104	0.748
$A \times B$	0.351	1	0.351	0.214	0.645
$A \times C$	0.010	1	0.010	0.006	0.937
$B \times C$	0.045	1	0.045	0.028	0.869
$A \times B \times C$	0.435	1	0.435	0.265	0.608
$e$	118.107	72	1.640		
$T$	345.570	79			

【考察】因子  $A$  (シンナー) と因子  $B$  (色) が高度に有意であるこれは層別したヒストグラムによる視覚的判断と一致する。一方, 分散分析により他の要因効果が交互作用を含めて無視できると定量的に判断できる。

# 単回帰分析

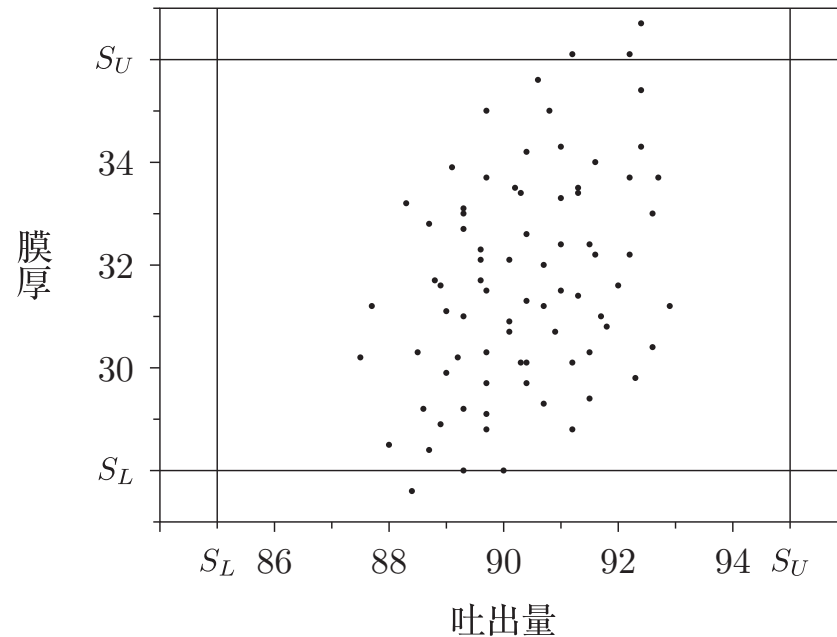
## 散布図による要因分析

焼き上がり重量という代用特性について**特性要因図**を作成したところ，1次要因として吐出量が挙がってきたので，これらの要因を横軸に，品質特性である膜厚を縦軸にとった**散布図**を作成する．



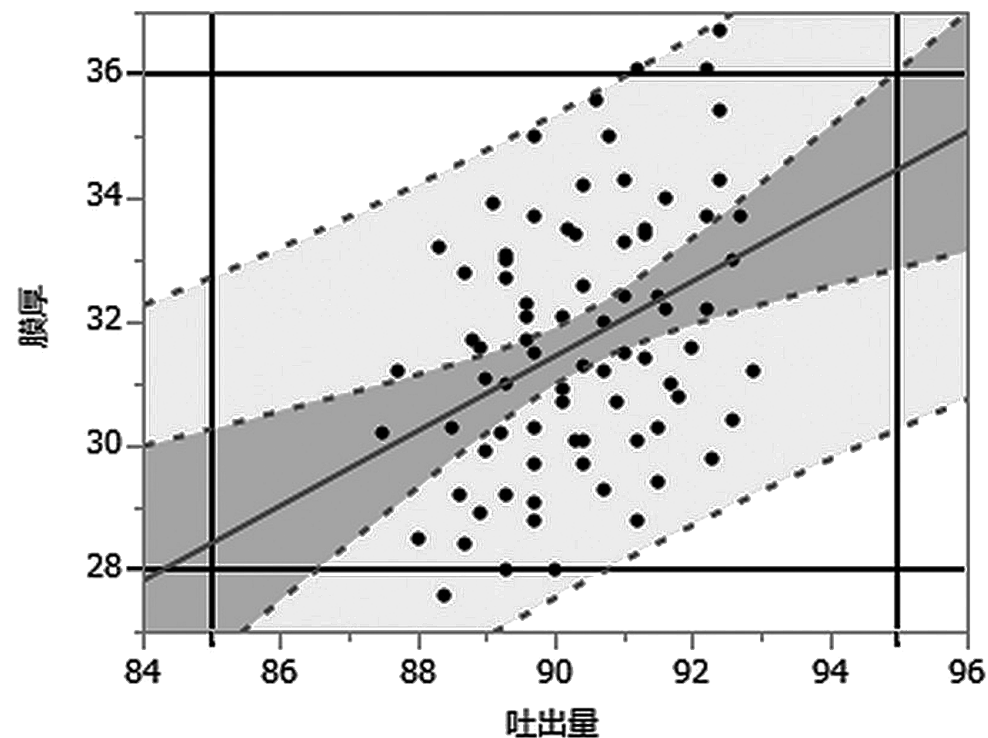
宮川雅巳 (2008) 『SQCの基本』，日本規格協会，p.55 から引用

## 吐出量と膜厚の散布図



**【考察】** 散布図を見ると，吐出量の増加によって膜厚は直線的に増加している．このとき相関係数は0.378であり相関は高くない．吐出量は機種，色，シンナーによらず規格は $90 \pm 5$  [g]であり，実際，散布図をみると確かに規格内に入っていることがわかる．

## 吐出量と膜厚の単回帰分析



【考察】単回帰式の推定式は出量  $\hat{y} = -22.906 + 0.604 \times \text{膜厚 } x$  で求められる．寄与率は全体のばらつきの14.3%であり，モデル適合度は低い．

## 繰り返しのある3元配置データ

		国内	国外
シンナー1	色1	(91.3, 33.5) (89.3, 32.7) (88.9, 31.6) (90.4, 32.6) (88.5, 30.3) (92.6, 33.0) (91.3, 31.4) (91.5, 32.4) (87.7, 31.2) (89.7, 31.5)	(89.0, 31.1) (90.1, 30.7) (90.3, 33.4) (89.6, 32.1) (90.7, 32.0) (92.2, 32.2) (88.3, 33.2) (90.4, 31.3) (92.2, 33.7) (87.5, 30.2)
	色2	(88.6, 29.2) (88.4, 27.6) (89.7, 28.8) (90.4, 29.7) (91.2, 28.8) (89.3, 28.0) (91.7, 31.0) (92.3, 29.8) (89.7, 30.3) (91.2, 30.1)	(90.9, 30.7) (88.0, 28.5) (90.7, 29.3) (92.9, 31.2) (92.6, 30.4) (89.0, 29.9) (89.3, 29.2) (88.7, 28.4) (90.0, 28.0) (91.5, 29.4)
シンナー2	色1	(89.6, 32.3) (90.8, 35.0) (88.7, 32.8) (88.8, 31.7) (90.6, 35.6) (89.3, 33.1) (92.4, 35.4) (89.1, 33.9) (89.7, 33.7) (92.2, 36.1)	(91.0, 33.3) (91.6, 34.0) (89.7, 35.0) (92.4, 36.7) (90.4, 34.2) (91.2, 36.1) (90.4, 32.6) (91.0, 34.3) (89.3, 33.0) (90.2, 33.5)
	色2	(90.7, 31.2) (91.0, 32.4) (89.3, 31.0) (92.4, 34.3) (92.7, 33.7) (89.7, 29.1) (89.2, 30.2) (90.4, 30.1) (90.1, 32.1) (88.9, 28.9)	(89.7, 29.7) (92.0, 31.6) (89.6, 31.7) (91.3, 33.4) (91.6, 32.2) (91.8, 30.8) (90.3, 30.1) (91.5, 30.3) (90.1, 30.9) (91.0, 31.5)

宮川 (2008): 『SQCの基本』, 日本規格協会, 第6章表6.1から引用

## ダミー変数を使った交互作用項を含む回帰モデル

シンナーや色の種類によって吐出量の効果（傾き）が異なるかどうか判定するために説明変数として，層別因子と説明変数の積項  $z_Ax$ ,  $z_Bx$  および  $z_Cx$  を追加した回帰モデルを考える．

### 推定された回帰モデル

変数増減法により変数選択を行った後の推定式は次式で与えられる．

$$\hat{y} = -7.584 - 40.331z_A - 2.884z_B + 0.441x + 0.466z_Ax$$

ただし，追加と除去は  $p$  値規準とし，ここではその規準を 0.25 としている．

【考察】積項  $z_Ax$  が変数選択され，かつ偏回帰係数が有意であるということは，シンナー  $A_1$  と  $A_2$  での吐出量  $x$  の傾きが異なるということが統計的に示されたことになる．またこの回帰式の寄与率は 0.818, 自由度修正済み寄与率は 0.808 となり，膜厚の変動を十分に説明するモデルとなってることがわかる．

## 変数選択後の重回帰分析の結果

変数	回帰係数の推定値	標準誤差	95% 信頼区間	<i>p</i> 値
切片	-7.584	9.047	-25.605 ~ 10.438	0.4045
吐出量	0.441	0.100	0.241 ~ 0.640	< .0001
シンナー	-40.331	14.860	-69.933 ~ -10.729	0.0082
色	-2.884	0.206	-3.294 ~ -2.475	< .0001
シンナー × 吐出量	0.466	0.164	0.138 ~ 0.793	0.0059

## 変数選択後の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	$F$ 値	$p$ 値
吐出量	55.79	1	55.79	66.582	<.0001
シンナー 色	6.17	1	6.17	7.366	0.0082
シンナー × 吐出量	164.83	1	164.83	196.708	<.0001
モデル	6.72	1	6.72	8.025	0.0059
$e$	282.72	4	70.68	84.350	<.0001
$T$	62.85	75	0.838		
	345.57	79			



## 層別した散布図

回帰分析の結果，色とシンナーが中心膜厚に効いていることがわかっているので，散布図を層別因子で層別してみる．

1つの対策案

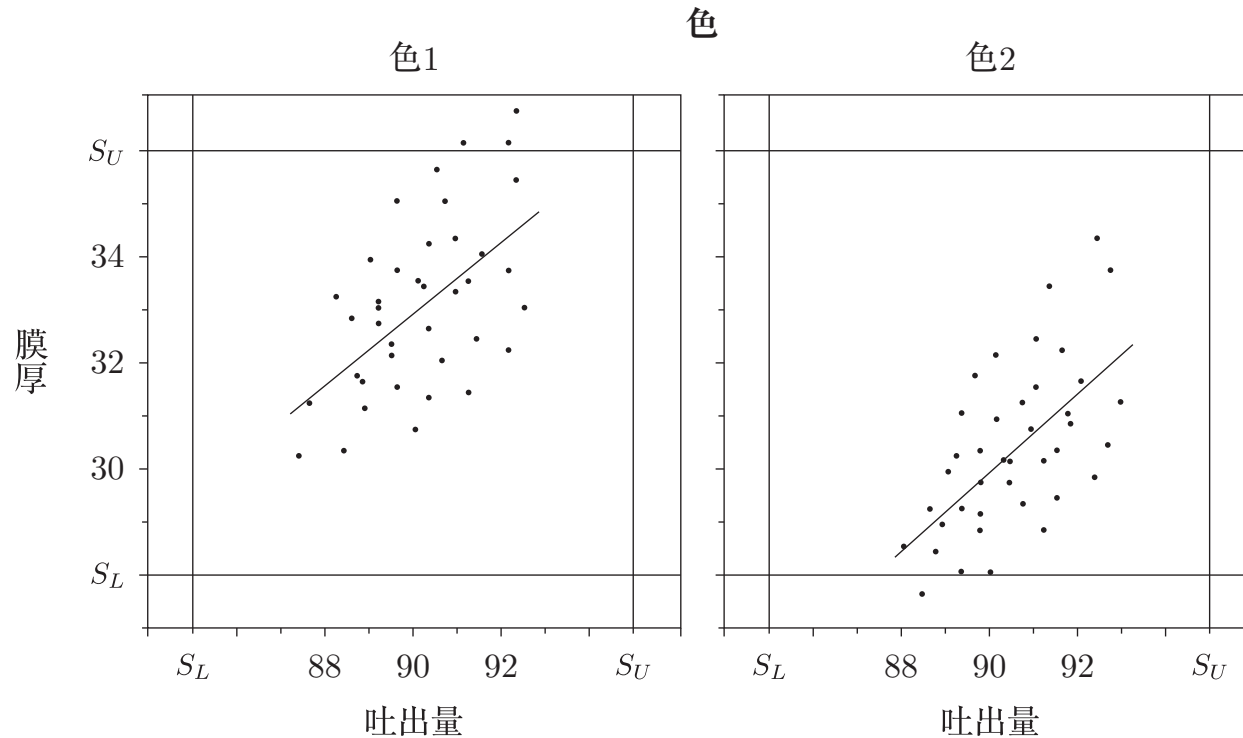
- 流れ不良は（色1，シンナー2）という組合せで発生し，  
ウス不良は（色2，シンナー1）という組合せで発生している
- 色は水準の選択ができないが指定のできる**標示因子**，  
シンナーは水準選択ができる**制御因子**である

ということから，色1ではシンナー1を使い，色2ではシンナー2を使う，  
というものが考えられる．

しかし，今回採取したデータでは（色1，シンナー1）（色2，シンナー2）と  
いう組合せで不良は出ていないが（国内，色2，シンナー2）という組合せで  
は中心膜厚の小さいものが散見され，

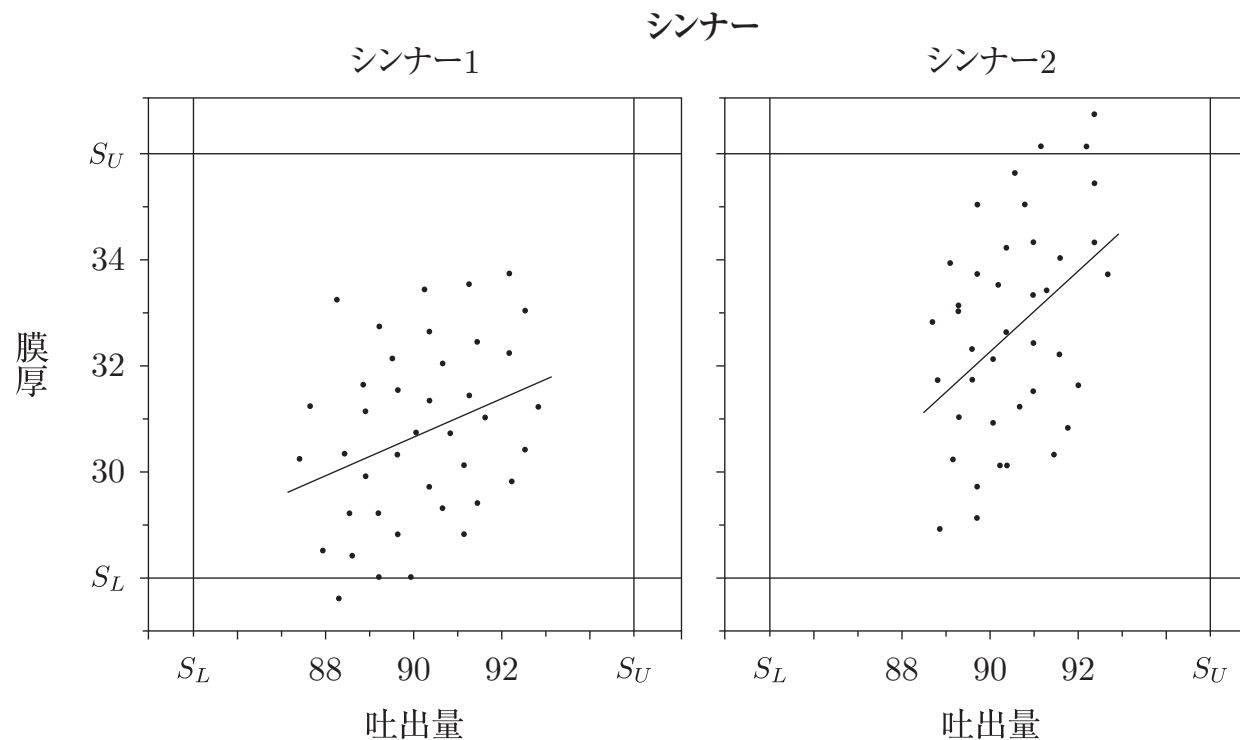
サンプル数が増えれば（量産段階）ウス不良が出る可能性が高い．

## 色で層別した散布図



**【考察】** 散布図を見ると色1と色2の点の位置は上下に分かれている．色1内および色2内でも相変わらず，吐出量と膜厚の相関は強くなく，両者の傾きの違いはほとんどない．

## シンナーで層別した散布図



**【考察】** 散布図を見ると相関はほとんどない。一方，吐出量の膜厚へ傾きがシンナーの種類によって異なることがわかる(交互作用が存在)。いま，吐出量のばらつきのコントロールが難しいため(規格 $90 \pm 5$ に入っているため)，この交互作用を利用して膜厚のばらつきを減らすことが可能である。

## 組合せ層別した散布図

色とシンナーはいずれも中心膜厚に影響する要因であるため  
両者を組合せて層別を行ってみる。

- シンナー1のもと色で層別した散布図，2のもと色で層別した散布図

### 考察

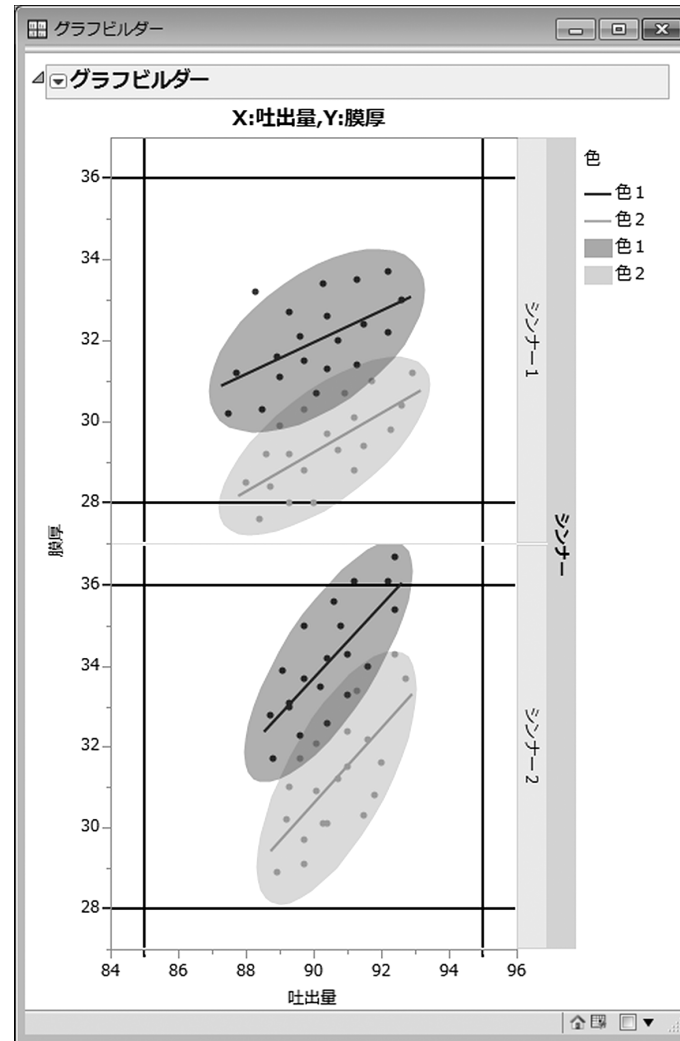
シンナー1と2では，吐出量の中心膜厚への影響は異なり，その傾きはシンナー1の方が小さい．シンナー2では傾きが大きいため，色2においても吐出量がいま以上に変動すると，ウズ不良および流れ不良の出る恐れがある．

吐出量の中心膜厚への傾きがシンナーの種類によって異なる現象

＝ 中心膜厚に対して吐出量とシンナーとの間に交互作用がある

＝ **パラメータ設計の制御因子と誤差因子の交互作用の利用と同じ問題解決法**

# シンナーと色の組合せで層別した散布図



## 交互作用を利用したばらつきの低減

吐出量のばらつきのコントロールが難しいため、この交互作用を利用して膜厚のばらつきを減らすことが可能

### 対策案

シンナーは傾きの小さいシンナー1にする。このとき色1では平均が32付近でちょうどよいが、色2では全体的に下方に分布している。そのため、色2では、吐出量の標準を現行の90から95 [g]に増加させれば調整可能である。

### 改善後の工程能力指数

これらの対策を行ったもとの工程能力指数を用いたばらつきの評価する。 $S_U, S_L$ は36, 28であり誤差の標準偏差  $s = 0.915$  なので

$$\hat{C}_p = \frac{(S_U - S_L)}{6 \times s} = \frac{(36 - 28)}{6 \times 0.915} = 1.457$$

【結果】工程能力がかなり改善さればらつきが低減されている。

## まとめ

- 品質改善ないしばらつき低減のための対策は(1)原因そのものを除去，(2)原因の影響を減衰のうちどちらかである．
- 「変動要因解析のための回帰分析」を取り上げ，ばらつき低減のためのアプローチを解説．
  - － 問題解決のためのQCストーリー中に統計解析を埋め込む（問題発見・解決のためのプロセスの習得）
  - － ダミー変数を使った交互作用を含む統計モデル
  - － 交互作用を利用したばらつき低減（制御因子と誤差因子の交互作用）
- 実験計画（データ採取） 統計モデル 最適化
  - － 観察データであっても層別データおよび形式的に要因実験とみなせるデータは，問題解決に役立つものといえる．